

# **Szeged Winter School 2015: Non-Standard Forms of Teaching Mathematics and Physics: Experimental and Modeling Approach**

organized by the

University of Szeged

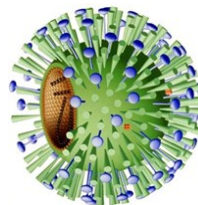
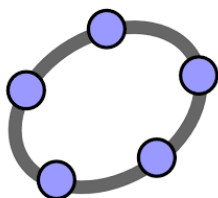
and

Faculty of Sciences, University of Novi Sad

in the frame of the IPA Cross-border Co-operation Programme

HUSRB/1203/221/024

"Non-Standard Forms of Teaching Mathematics and Physics"



## School summary

### Date

Szeged: Jan. 30, 2015 – Feb. 1, 2015

Novi Sad: Feb. 6, 2015 – Feb. 8, 2015

### Groups

- PhD students, researchers (In English)
- high school teachers, students (In Hungarian)

### Audience

We welcome PhD students, researchers, high school teachers and students from our neighbourhood on any sides of the borders who work in mathematics, physics or other sciences. Talented undergraduate students may also apply with the recommendation of their supervisors.

### Participating conditions

- Participation is free, participants will receive course materials.
- We have limited possibilities to support accommodation in student hostels. Participants from the project region are of higher priority. Travel costs are covered by the participants.
- We ask the participants to give seminar at their workplaces or schools for their colleagues and/or students on the subjects they studied on the courses. A report should be prepared about this presentation, illustrated with photographs, which will appear on the website of the project.

### Information, WWW

**Szeged:** [www.model.u-szeged.hu](http://www.model.u-szeged.hu)

**Novi Sad:** [www.dmi.uns.ac.rs/ipa](http://www.dmi.uns.ac.rs/ipa)

### Contact

#### **Szeged:**

János Karsai PhD, associate professor, project manager, [karsai.janos@math.u-szeged.hu](mailto:karsai.janos@math.u-szeged.hu)

Zsolt Vizi, junior research associate, [zsvizi@math.u-szeged.hu](mailto:zsvizi@math.u-szeged.hu)

#### **Novi Sad:**

Arpad Takači PhD, professor, project manager, [takaci@dm.uns.ac.rs](mailto:takaci@dm.uns.ac.rs)

Mirjana Mikalacki PhD, assistant professor, [mirjana.mikalacki@dm.uns.ac.rs](mailto:mirjana.mikalacki@dm.uns.ac.rs)

### Summary

The courses will concern interesting topics, modelling problems and tools in mathematics and physics, applications in several areas of sciences in such a way that it will be enjoyable for everyone.

The participants will learn some parts of the following fields: signal processing and computer-aided measuring techniques; mobile tools and dynamic modelling in teaching mathematics; computer-aided study of physical, and biological-chemical models, geometrical structures ...

For participating teachers, we emphasize the didactic aspects of these techniques.

The courses will be held in computer rooms. The participants will study the topics via practical examples.

## Overview

| Plenary talks                                                                                  |                                                                                                                                                  |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Lecturer                                                                                       | Course                                                                                                                                           | Hours      |
| <i>Katalin Varjú</i>                                                                           | The ELI research infrastructure introduced via classical physics problems (Az ELI kutatóintézet bemutatása klasszikus fizika példákon keresztül) | 1          |
| <i>Ákos Balázs, Valéria Kelemen</i>                                                            | A Motiváció Műhely bemutatása (The activities of "Motiváció Műhely")                                                                             | 0.5        |
| <i>Gergely Röst</i>                                                                            | Ebola - what does the math say? (Ebola – mit mondhat a matematika?)                                                                              | 1          |
| <i>Talks of some prize-winners on the high school competition (2014)</i>                       |                                                                                                                                                  | 1          |
| <i>Dániel Virágh</i><br><i>József Attila Gimnázium, Makó</i>                                   | A logaritmus alkalmazásairól (Some applications of the logarithm)                                                                                |            |
| <i>Csilla Németh, Dániel Papvári</i><br><i>Ságvári Gimnázium, Szeged</i>                       | A Fibonacci sorozat (The Fibonacci sequence)                                                                                                     |            |
| <i>Ferenc Hundzsa, István Jenei és Sándor Szombati</i><br><i>Erkel Ferenc Gimnázium, Gyula</i> | Számjegyek összegzésével kapcsolatos feladatok (Problems related to summing the digits of numbers)                                               |            |
| <b>Total hours:</b>                                                                            |                                                                                                                                                  | <b>3.5</b> |

| Researchers and PhD students (English) |                                                                                        |       |
|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Lecturer                               | Course                                                                                 | Hours |
| PhD student presentations              |                                                                                        | 4     |
| Tamás Zarnócz                          | Introduction to neighbourly polytopes and construction methods                         |       |
| Tamás Dékány                           | The number of slim rectangular lattices                                                |       |
| Éva Jungábel                           | On homomorphism-homogeneous point-line geometries                                      |       |
| Kristóf Körmendi                       | The extinction theorem for Galton-Watson processes                                     |       |
| Gábor Borbola                          | Szemléletes bizonyítások háromszögszámokról (Graphical proof about triangular numbers) |       |
| Péter Boldog                           | Herd immunity caused by a toxoid vaccine                                               |       |
| Courses                                |                                                                                        |       |
| Attila Dénes                           | Models in population dynamics                                                          | 1     |
| Zsolt Vizi                             | Introduction to bifurcations                                                           | 2     |
| Anett Vörös, Mónika Polner             | Applications of finite element methods                                                 | 3     |
| Judit Nagy-György, Katalin Virágh      | Tests of independence: challenges and solutions with R                                 | 3     |
| Róbert Vajda                           | Symbolic geometry with Mathematica                                                     | 1.5   |
| Árpád Takači                           | Traffic flow – mathematical modelling                                                  | 1.5   |
| Consultation, workshop                 |                                                                                        | 2x1   |
| Total hours:                           |                                                                                        | 17    |

| Teachers, didactic PhD students, high school students (Hungarian-English) |                                    |                                                                                                                                                                                   |       |
|---------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Lecturer                                                                  |                                    | Course                                                                                                                                                                            | Hours |
| Péter Makra                                                               |                                    | Fizikai kísérletezés az Edaq530 segítségével (Introduction to physics experiments with Edaq530)                                                                                   | 2     |
| Katalin Kopasz                                                            |                                    | A fizika kísérletektől a matematikai elemzésig: Az Edaq530 és a GeoGebra integrációja (From physics experiments to mathematical evaluations: Integration of Edaq530 and GeoGebra) | 2     |
| Parallel courses                                                          | Péter Makra, Júlia Tandori         | Physics teachers: Az Edaq530 mérőrendszer használata az oktatásban, (Using the Edaq530 measurement system in education)                                                           | 4     |
|                                                                           | József Kosztolányi, Lajos Szilassi | Mathematics teachers: A GeoGebra alkalmazása a matematika tanításában, (Applying GeoGebra in teaching mathematics)                                                                |       |
| Attila Máder                                                              |                                    | Mobil eszközök a matematika oktatásában (Mobile tools in math education)                                                                                                          | 2     |
| János Karsai                                                              |                                    | Wolfram Alpha a természettudományok tanulásában (Wolfram Alpha in learning sciences)                                                                                              | 1     |
| Dorottya Beringer                                                         |                                    | Fraktálok az iskolában (Fractals in School)                                                                                                                                       | 1     |
| Đurđica Takači                                                            |                                    | Process of mathematical modelling with GeoGebra and collaborative learning                                                                                                        | 1.5   |
| Éva V.P. Rácz                                                             |                                    | Matematikai módszerek a környezetvédelemben (Mathematical methods in environmental protection)                                                                                    | 1.5   |
| Consultation, workshop                                                    |                                    |                                                                                                                                                                                   | 2x1   |
| Total hours:                                                              |                                    |                                                                                                                                                                                   | 17    |

## Summary of lectures and trainings

### Plenary talks

#### Az ELI kutatóintézet bemutatása klasszikus fizika példákon keresztül – The ELI research infrastructure introduced via classical physics problems

**Katalin Varjú PhD, senior research associate**

*Department of Optics and Quantum Electronics University of Szeged*

**Language:** Magyar / Hungarian

#### Összefoglaló

Szeged határában egy új kutatóintézet emelkedik ki lassan a földből. Az ELI (Extreme Light Infrastructure), vagy közismertebb nevén a "Szuperlézer" európai tudósok kutatásaihoz biztosít majd ultrarövid impulzusokat a röntgentől a THz-es tartományig, és gyorsított töltött részecskéket tartalmazó rövid csomagokat. A létesítmény négy, nagy teljesítményű, közeli- és közép infravörös rövid impulzusokat szolgáltató, világszínvonalú lézerrendszerre épül. A lézerimpulzusok speciális elrendezésekben másodlagos forrásokot is keltenek, ezáltal a kutatók számára szinkronizált impulzusok nagyon széles palettája válik elérhetővé. Az ELI számos tudomány-területre jelentős hatással lesz majd.

Előadásomban a létesítmény általános bemutatása után néhány középiskolás fizika ismerettel is érthető példával illusztrálom az ELI alapját biztosító tudományt.

#### Summary

In the outskirts of Szeged, a large-scale research facility is rising out of the field. The Extreme Light Infrastructure, the so-called super-laser, will serve the European scientific community with ultrashort light

pulses from the X-ray to the THz range, and ultrashort bunches of accelerated charged particles. As the primary sources: four, state-of-the-art, high-power laser systems will be built providing ultrashort pulses in the near to mid infrared, at different repetition rates. These laser pulses will be fed into special arrangements providing secondary sources. The science to be done at ELI is expected to have a considerable impact in numerous research fields.

In my talk I will present an overview of the facility, and uncover some beauty of the underlying physics accessible at the high school level.

## **A Motiváció Műhely bemutatása – The activities of Motiváció Műhely**

**Ákos Balázs, Valéria Kelemen**

*Motiváció Oktatási Egyesület*

**Language:** Magyar / Hungarian

### **Összefoglaló**

A Motiváció Műhely három civil szervezetet fog össze. Szegeden és környékén végez hátránykompenzáló és tehetséggondozó tevékenységet hátrányos helyzetű gyerekek, és fiatalok körében. A Motiváció Műhely tagszervezetei elsősorban oktatási programokat szerveznek, jelenleg két tanodát és egy ösztöndíjprogramot működtetnek.

### **Summary**

The Motiváció Műhely gathers three NGOs. It implements disadvantage compensating and talent support activities for disadvantaged children and young adults in Szeged. The organizations of Motiváció Műhely organize mainly educational programs. Currently they implement two afternoon schools and a scholarship program.

## **Ebola - mit mondhat a matematika? – Ebola - what does the math say?**

**Gergely Röst PhD, associate professor**

*Bolyai Institute, University of Szeged*

**Language:** Magyar / Hungarian

### **Összefoglaló**

Az előzmények nélküli nyugat-afrikai Ebola járvány és a betegség Európában valamint az Egyesült Államokban való megjelenés nagymértékben magára vonta a média figyelmét. A kutatók világszerte próbálnak matematikai és számítógépes modelleket készíteni, hogy megértsék a betegség terjedésének dinamikáját és megjósolják, mi várható a jövőben. Az előadásban áttekintést adunk az aktuális Ebola-helyzetről. Összegezzük a korábbi és mostani modellezési erőfeszítéseket, elemezzük a modellek jóslatait illetve következtetéseiket a lehetséges visszaszorítási stratégiákra vonatkozóan.

### **Summary**

The unprecedented Ebola epidemic in West Africa and the recent cases in Europe and US received huge media attention. Researchers around the globe are trying to construct mathematical and computational models to understand the transmission dynamics of the disease and to project what we can expect in the future. In this talk we give an overview of the actual worldwide Ebola situation. We summarize the methodologies and the results of previous and current modeling efforts, discuss their predictions and the implications for possible control strategies.

## ***Talks of some prize-winners on the high school competition (2014):***

### **A logaritmus alkalmazásairól – Some applications of the logarithm**

***Dániel Virágh***

*József Attila Gimnázium, Makó*

**Language:** Magyar / Hungarian

#### ***Összefoglaló***

A logaritmus fogalmának megértése nem egyszerű egy középiskolás számára, ugyanakkor szinte minden tudományágban nélkülözhetetlen eszköz. Az előadásban logaritmus elsősorban a középiskolában (nem feltétlenül a matematika órán) is megjelenő alkalmazásairól adunk áttekintést.

#### ***Summary***

Understanding the concept of logarithm is not easy for a high school student. On the other hand, it is an obligatory tool in almost every field of science. In the talk we give an overview of the applications of the logarithm which appear on high school classroom (not necessarily on math classes).

### **A Fibonacci sorozat – The Fibonacci sequence**

***Csilla Németh, Dániel Papvári***

*SZTE Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium*

**Language:** Magyar / Hungarian

#### ***Összefoglaló***

Előadásunk célja, hogy bemutassa a Fibonacci sorozatot és annak néhány érdekes tulajdonságát, valamint, hogy miért is fontos a matematikában és az életünkben. Magát a sorozatot úgy képezzük, hogy a második tagtól kezdve összeadjuk az előtte álló kettőt, tehát az első 4 tag: 1,1,2,3. Bemutatásra kerül a sorozat rövid története, illetve a természetben és művészetekben való megjelenési formái, valamint egyéb érdekes vonatkozásai.

#### ***Summary***

Our presentation's purpose is to show the Fibonacci sequence and some of its interesting properties, as well as why it is so important in mathematics and in our life. The sequence is formed by starting with 1 and then each subsequent number is the sum of the previous two, so the first four members are 1,1,2,3. We also present its short history and its forms in the nature and art, as well as other interesting aspects of it.

### **Számjegyek összegzésével kapcsolatos feladatok – Problems related to summing the digits of numbers**

***Ferenc Hundzsa, István Jenei és Sándor Szombati***

*Erkel Ferenc Gimnázium, Gyula*

**Language:** Magyar / Hungarian

#### ***Összefoglaló***

Az előadás a pályamunka alapján a számjegyek összegzésével kapcsolatos feladatokkal foglalkozik.

#### ***Summary***

The lecture -as it is based on the test- is about the summary of digits.

## Researchers and PhD students

### *PhD student presentations*

#### **Introduction to neighbourly polytopes and construction methods**

**Lecturer:** Tamás Zarnócz, PhD student, Ferenc Fodor PhD, associate professor, Bolyai Institute, University of Szeged

**Audience:** Science PhD students, researchers

**Language:** English

**Length:** 30 minutes

##### **Summary**

- Introduction to the concept of neighbourly polytopes in even dimensional spaces.
- Some basic geometric properties of neighbourly polytopes and the importance of such polytopes.
- Investigation of possible construction methods of neighbourly polytopes.

##### **Literature**

1. Altshuler, Amos: Combinatorial 3-manifolds with Few Vertices
2. Altshuler, Amos: Neighbourly 4-polytopes and neighbourly combinatorial 3-manifolds with 10 vertices.
3. Shemer, Ido: Neighbourly polytopes

#### **The number of slim rectangular lattices**

**Lecturer:** Tamás Dékány, PhD student, Bolyai Institute, University of Szeged

**Audience:** Science PhD students, researchers

**Language:** English

**Length:** 30 minutes

##### **Summary**

The aim of this talk is to give the audience a short introduction to special types of lattices, namely the slim rectangular lattices. The theory of slim rectangular lattices is a currently developing part of lattice theory, which has its own nice algebraic results. In this talk we give a simple representation of these lattices by permutations. It will be shown, that this result is particularly useful in the counting problem of these lattices. By the end of the talk we will give the number of slim rectangular diagrams on 1000 points, (actually, we will show that we can count them with a computer).

##### **Literature**

1. G. Czédli, T. Dékány, G. Gyenizse and J. Kulin: The number of slim rectangular lattices, Algebra Universalis, to appear

#### **On homomorphism homogeneous point-line geometries**

**Lecturer:** Éva Jungábel, PhD student, University of Novi Sad

**Audience:** Science PhD students

**Language:** English

**Length:** 30 minutes

##### **Summary**

In this talk we discuss one class of homomorphism-homogenous point-line geometries. A structure  $S$  is

homomorphism-homogeneous if every homomorphism from  $S'$  to  $S''$ , where  $S'$  and  $S''$  are two finitely induced substructures, can be extended to an endomorphism of  $S$ . A point-line geometry is a non-empty finite set of points, together with a collection of subsets called lines such that every line contains at least two points and any pair of points is contained in at most one line. A line which contains more than two points is referred to as a regular line. A line which contains exactly two points is called singular. Homomorphism-homogeneous point-line geometries containing two regular intersecting lines have already been described. In order to complete the characterization of homomorphism-homogeneous point-line geometries it is necessary to describe homomorphism-homogeneous point-line geometries where no two regular lines intersect.

In this talk we first show that the problem of deciding homomorphism-homogeneity of a point-line geometry where no two regular lines intersect and there exist points that do not lie on regular lines is a coNP-complete problem. Therefore, we focus on point-line geometries where every point lies on a regular line. We fully classify point-line geometries with only two regular nonintersecting lines, and in the case of more than two regular pairwise nonintersecting lines we provide a partial classification.

### The extinction theorem for Galton-Watson processes

**Lecturer:** Kristóf Körmendi, PhD student, Bolyai Institute, University of Szeged

**Audience:** Science PhD students

**Language:** English

**Length:** 30 minutes

#### Summary

In the talk we define the so called Galton-Watson process the simplest form of a branching process, and we use probability generating functions to formulate the extinction theorem which relates the offspring mean to the extinction probability. We provide a parameter estimation for the offspring mean and examine its asymptotic properties.

#### Literature

1. Athreya, K. B., Ney, P. E.: Branching Processes, Springer-Verlag (1972)
2. Wei, C. Z., Winnicki, J.: Some asymptotic results for the branching process with immigration, Stochastic Process. Appl. 31(2) 261-282. (1989)
3. Ispány, M., Körmendi, K. és Pap, Gy.: Asymptotic behavior of CLS estimators for 2-type doubly symmetric critical Galton-Watson processes with immigration, Bernoulli 20(4) 2247-2277. (2014)

### Szemléletes bizonyítások a háromszögszámokról – Graphical proof about triangular numbers

**Lecturer:** Gábor Borbola, PhD, Szent István University

**Audience:** Science PhD students, researchers

**Language:** Magyar / Hungarian

**Length:** 30 minutes

#### Összefoglaló

- Az ókori Görögországban a pitagoreusok már több számelméleti összefüggést is felismertek. Módszerük lényege abban állt, hogy a számokat különböző formában kirakott kavicsokkal szemléltették. A négyzetszámok mintájára így jutottak el a háromszögszámok fogalmához, amelyek előállnak az első néhány egymást követő pozitív egész szám összegeként.
- Több évszázad elteltével is találhatunk még néhány érdekességet a háromszögszámok vizsgálata során, mely összefüggéseket ma már a számítógép képernyőjén is bemutatathatók.
- A prezentáció során a háromszögszámok számos új jellemzője kerül bemutatásra, bizonyítva ezen speciális számok eddig ismeretlen tulajdonságait. A matematikai problémák algebrai levezetésén kívül nagy hangsúlyt kapnak a szemléletes bizonyítások is.



### Summary

- In ancient Greece, the Pythagoreans recognized several arithmetical contexts. The essence of their method was that they demonstrated the numbers with pebbles arranged in various shapes. As with the square numbers, they came to establish the concept of triangular numbers, which are formed as the sum of the first few consecutive positive integer numbers.
- Even more centuries later we can still find some interesting features when studying the triangular numbers, which can even be monitored on the computer screen.
- In the presentation we are going to show several new characteristics of triangular numbers, proving their yet unknown features. Besides the algebraic proof of maths problems emphasis is put on the demonstration of the problems.

### Literature

1. Molnár, István – Borbola, Gábor: A háromszögszámokról I., Körös Tanulmányok, Békéscsaba (2012)
2. Nelsen, Roger B.: Proofs Without Words: Exercises in Visual Thinking, Mathematical Association of America, Washington (1993)

## Herd immunity caused by a toxoid vaccine: A case study with dynamic models

**Lecturer:** Peter Boldog, MSC student, Bolyai Institute, University of Szeged

**Audience:** Science PhD students, researchers

**Length:** 30 minutes

**Kulcsszavak:** járványtan, nyájimmunitás, diftéria, kompartment modellek, fertőző betegségek modellezése

**Keywords:** epidemiology, herd immunity, diphtheria, compartmental models, modeling infectious diseases

### Összefoglaló

Az előadás alatt megismerkedünk a fertőző betegségek terjedésének biológiai hátterével és modellezésük matematikai alapjaival. Egy konkrét példát, a diftéria betegséget tekintve felépítünk egy modellt, amelynek segítségével megmagyarázzuk az 50-es években bevezetett vakcináció hatását.

### Summary

In this lecture we learn about the biological background of the infectious diseases and the basics of their mathematical modeling. Regarding a specific example, the diphtheria, we build a model to explain the effect of vaccination in the 50s when it was introduced.

### Literature

1. Pappenheimer A, Diphtheria: studies on the biology of an infectious disease, The Harvey Lectures, Series 76, 1980,
2. Szimjanovszki I, Karsai J, Rácz É, On the asymptotic behavior of spatially implicit models of competition of two species with overcolonization, Dynamic Systems and Applications 23 (2014) 677-690
3. Dénes A, Röst G, Global stability for SIR and SIRS models with nonlinear incidence and removal terms via Dulac-functions, submitted to Discrete and Continuous Dynamical Systems B, 2014
4. Brauer F, van den Driessche P, Wu J: Mathematical epidemiology, Springer, 2008

## **Courses**

### **Models from population dynamics – Populációdinamikai modellek**

**Lecturer:** Attila Dénes PhD, postdoctoral research fellow, Bolyai Institute, University of Szeged

**Audience:** Science PhD students, researchers

**Language:** English

**Length:** 2 hours in computer room

**Tools needed:** own laptop with Mathematica

#### **Summary**

Population dynamics is the field of mathematics that studies changes in the size and age composition of populations, as well as the biological and environmental processes influencing those changes. In this course, we give an introduction into the history of mathematical population dynamics through some of the most important models from the beginnings (Malthusian growth model and logistic model) to more complex models including the famous Lotka-Volterra equation.

#### **Összefoglaló**

A matematikai populációdinamika biológiai populációk összetételének változásait modellezi, valamint a biológiai és környezeti folyamatokat, amelyek ezeket a változásokat előidézik. A kurzus során betekintést nyújtunk a matematikai populációdinamika történetébe a legfontosabb modellek segítségével, a kezdetektől (pl. Malthus-modell, logisztikus modell) a bonyolultabb modellekig, mint a híres Lotka-Volterra modell.

#### **Literature**

1. N. Bacaër, A Short History of Mathematical Population Dynamics, Springer, 2011.
2. F. Brauer, C. Castillo-Chávez, Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology, Springer, 2011.

### **Visual introduction to bifurcations – Szemléletes bevezetés a bifurkációelméletbe**

**Lecturer:** Zsolt Vizi, PhD student, Bolyai Institute, University of Szeged

**Audience:** Science PhD students, researchers

**Language:** Angol / English

**Length:** 90 minutes

**Tools needed:** own laptop with Mathematica

#### **Summary**

Investigating the dependence on parameters is essential in studying dynamical systems. In particular, the bifurcation theory is getting more and more important in most fields of engineering and sciences. Nevertheless, these theories are hardly included in standard university curricula.

We will give an intuitive introduction with the help of dynamic demonstrations developed in Mathematica. We consider elementary examples of both difference and differential equations presenting different types of bifurcation. During the whole treatment, we keep in mind the real didactic “contradiction” that the students do not or only partly have the required knowledge. The interactive demonstrations will be available on our website [www.model.u-szeged.hu](http://www.model.u-szeged.hu).

#### **Összefoglaló**

A paraméterektől való függés kiemelkedő szerepet kap a dinamikus rendszerek vizsgálatában. A mérnöki és természettudományokban egyre fontosabbá válik a bifurkációelmélet eszközeinek használata. Azonban, ez az elmélet csak nehezen vagy egyáltalán nem fér bele a reguláris egyetemi anyagba.

A kurzus során egy intuitív bevezetést adunk a Mathematica-ban implementált interaktív demonstrációk

segítségével. Vizsgálatunk tárgyai egyszerű differencia- és differenciálegyenletek lesznek, amelyekben különböző típusú bifurkációkat figyelhetünk meg. Az előadást azok is megértik, akik nem vagy csak részben tanultak differenciálegyenletekről. Az interaktív ábrák elérhetőek lesznek a [www.model.u-szeged.hu](http://www.model.u-szeged.hu) weblapon is.

### **Literature**

1. Wiggins S., Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos, 2nd ed. (2003)
2. Y., Elements of Applied Bifurcation Theory, 3rd ed. (2004)
3. Karsai J., Computer-aided study of mathematical models with Mathematica (2013)
4. Vas G., Bifurcation theory (lecture notes) (2014)
5. Wiens E.G., Bifurcations and Two Dimensional Flows (webpage)  
<http://www.egwald.ca/nonlineardynamics/bifurcations.php>

## **Applications of finite element methods – Végeselem-módszerek alkalmazásai**

**Lecturers:** Anett Vörös-Kiss, PhD student, Mónika Polner PhD, assistant professor, Bolyai Institute, University of Szeged

**Audience:** PhD students, researchers

**Language:** Angol / English

**Length:** 2 hours in computer room

**Tools needed:** own laptop with MATLAB installed

### **Összefoglaló**

- A MATLAB használatának rövid áttekintése
- Közelítés szakaszonként polinomiális függvényekkel
- Bevezetés a véges elemes módszerekbe:
  - egy- és kétdimenziós problémák
  - időfüggő feladatok numerikus megoldása
- Alkalmazások

### **Summary**

- Short overview of usage of MATLAB
- Approximation with piecewise polynomial functions
- Introduction to finite element methods:
  - problems in one and two dimensions
  - numerical solutions of time-dependent problems
- Applications

### **Literature**

1. Brenner, Susanne C.; Scott, L. Ridgway (2008). The Mathematical Theory of Finite Element Methods. Springer, New York.
2. Cooper, Jeffery (1998). Introduction to Partial Differential Equations with MATLAB. Birkhauser, Boston.
3. Evans, Lawrence C. (1998). Partial Differential Equations. American Math Society, Providence.
4. Johnson, Claes (1987). Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method. Cambridge University Press, Cambridge.
5. Larson, Mats G.; Bengzon, Fredrik (2013). The Finite Element Method: Theory, Implementation and Practice. Springer-Verlag, Heidelberg.
6. Li, Ben Q. (2006). Discontinuous Finite Elements in Fluid Dynamics and Heat Transfer. Springer-Verlag, New York.

## Tests of independence: challenges and solutions with R

**Lecturers:** Judit Nagy-György PhD, assistant professor, Katalin Virág PhD student, Bolyai Institute, University of Szeged

**Audience:** Science PhD students, researchers

**Language:** English

**Length:** 3 hours in computer room

**Tools needed:** own laptop with R

### Summary

Classification of hypothesis tests: concepts, applications and assumptions:

- basic tests of independence for discrete and continuous distributions
- homogeneity test-based and other tests of independence assuming normality
- homogeneity test-based and other tests of independence for non-normal but continuous distributions

### Literature

1. Bolla Marianna, Krámlí András, Statisztikai következtetések elmélete. Második, javított kiadás, Typotex Kiadó, 2012.
2. Reiczigel Jenő, Harnos Andrea, Solymosi Norbert, Biostatistika nem statisztikusoknak. Javított utánnyomás, Pars Kft., 2014.
3. Fazekas István (szerk.), Bevezetés a matematikai statisztikába. Negyedik kiadás, Debreceni Egyetem, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2009.
4. Manual for R: <http://cran.r-project.org/doc/manuals/r-release/fullrefman.pdf>
5. Devore, Jay L., Berk, Kenneth N., Modern Mathematical Statistics with Applications. 2nd ed., Springer Texts in Statistics, 2012.
6. John A. Rice, Mathematical Statistics and Data Analysis. 3rd ed., Thomson Brooks/Cole, 2007

## Symbolic geometry with Mathematica

**Lecturer:** Róbert Vajda PhD, assistant professor, Bolyai Institute, University of Szeged

**Audience:** PhD students, researchers

**Language:** English

**Length:** 75 minutes in computer room

**Tools needed:** Desktop or laptop machine with Mathematica 10

### Summary

In the first IPA spring school we introduced the semialgebraic sets. They are the main players in computational real algebra. In this winter school lecture, first we overview the recent representation of symbolic geometry objects supported by the computer algebra system Mathematica 10.

Later, as an application, we also show a case study for a very simple robot motion planning problem.

Some parts of the material were tested on a modeling course with Erasmus students.

### Összefoglaló

Az első IPA tavaszi iskolán a félalgebrai halmazokról tartottam előadást. Ezek a halmazok az algoritmikus valós algebra fő objektumai. Ezen a téli iskolán először áttekintjük a Mathematica komputeralgebrai rendszer legújabb változatában a támogatott szimbolikus geometriai objektumok reprezentációját.

Alkalmazásként egy nagyon egyszerű pont-robot számára keresünk utakat egy akadályokkal teli világban (robot motion planning problem - piano mover's problem). Az anyag egy részét Erasmus hallgatóknak szánt Modellelés kurzuson teszteltük.

### Literature

1. <http://reference.wolfram.com/language/guide/GeometricComputation.html> (2014)

2. Joseph O'Rourke, Computational Geometry in C, CUP (1998)
3. Mark de Berg, Otfried Cheong, Marc van Kreveld, Mark Overmars, Computational Geometry: Algorithms and Applications (2008)

## **Traffic flow – mathematical modelling**

**Lecturer:** Arpad Takači PhD, professor, Department of Mathematics and Informatics, PMF, University of Novi Sad

**Audience:** Science PhD students, researchers

**Language:** English

**Length:** 1 hour in computer room

### **Summary**

- Basic introduction to mathematical modeling and simulation
- Basic introduction to Anylogic
- Basic introduction to traffic flow and conservative flows
- Some simple partial differential equation representing mathematical models for traffic flow
- Simulation experiments of Traffic green and red light

### **Literature**

1. Haberman, R, (1977) Mathematical models, Prentice hall
2. [Leutzbach](#), W (2007), W, Introduction to the Theory of Traffic Flow, Springer
3. Pap, E., Takači, A, Takači, Đ (1997) Partial differential equations through examples and exercises, Kluwer Academic Publisher.
4. Takači, A, Mijatović, D., (2011) Mathematical and Simulation Models in Anylogic Program, Interesting mathematical problems in Sciences and everyday life, *Teaching Mathematics and Statistics in Sciences: Modeling and Computer-aided Approach*, HU-SRB/0901/221/088, <http://www.model.u-szeged.hu/etc/edoc/imp/>

## Teachers, high school students

### Fizikai kísérletezés az Edaq530 segítségével – Introduction to physics experiments with Edaq530

**Lecturer:** Péter Makra PhD, senior lecturer, Department of Medical Physics and Informatics, University of Szeged

**Audience:** physics teachers and mathematics teachers

**Language:** Magyar | Hungarian

**Length:** 2 hours in lecture room

**Tools needed:** own laptop with Edaq530

#### Összefoglaló

- A digitális mérések alapjai
  - „Virtuális” mérések: valódi mérések szoftveres támogatással
  - Szenzorok és jelkondicionálás
  - Digitális jelföldolgozás; a mintavételi tétel
- Az Edaq530 mérőrendszer bemutatása
  - Mérőbemenetek
  - Az eszköz fölépítése
  - Csatornafüggetlen és csatornánkénti beállítások
  - Szintmetszéses mérések
- A rendelkezésünkre álló szenzorok
  - Hőmérsékletmérés: termoelem és termisztor
  - Szenzorok kinematikai mérésekhez
  - Gyorsulásszenzorok
  - Mágneses szenzorok
  - pH-szenzorok
  - Pletizmográf

#### Summary

- Fundamentals of digital measurements
  - ‘Virtual’ measurements: real measurements backed by software
  - Sensors and signal conditioning
  - Digital signal processing; the sampling theorem
- Introducing the Edaq530 measurement system
  - Input configuration
  - Hardware set-up
  - Channel-independent and channel-dependent settings
  - Level-crossing measurements
- Available sensors
  - Temperature measurements: thermocouples and thermistors
  - Sensors for kinematics measurements
  - Accelerometers
  - Magnetic field sensors
  - pH sensors
  - Plethysmograph

#### Literature

1. K Kopasz, P Makra and Z Gingl, ‘Edaq530: a transparent, open-end and open-source measurement solution in natural science education,’ *European Journal of Physics* **32** (2011): 491–504 (<http://arxiv.org/pdf/1009.0432.pdf>)

## **A fizika kísérletektől a matematikai elemzésig: Az Edaq530 és a Geogebra integrációja – From physics experiments to mathematical evaluations: Integration of Edaq530 and Geogebra**

**Lecturer:** Katalin Kopasz PhD, research fellow, Physics Institute, University of Szeged

**Audience:** Teachers, high school students (Hungarian)

**Language:** Magyar / Hungarian

**Length:** 2 hours

### **Összefoglaló**

Az Edaq530 mérő- és adatgyűjtő eszköz lehetőséget ad arra, hogy olyan kísérleteket is elvégezzünk a közoktatásban, amelyeket eddig nem sokaknak volt lehetőségük bemutatni. A kísérletezést, az adatfeldolgozást megkönnyíti, hogy immár lehetőség van arra, hogy az Edaq530 által mért adatokat közvetlenül GeoGebrába importáljuk. Előadásomban ebből mutatok ízelítőt. A nagy pontosságú mérések és adatelemzések körében pedig bemutatok néhány hangkártyán alapuló mérőkísérletet is – az ezekhez szükséges összeállítást bármely fizikaszertárban el lehet készíteni.

### **Summary**

Edaq530, a low-cost, compact and easy-to-use digital measurement solution, allows a chance to carry out such experiments, which are otherwise difficult to demonstrate in a classroom. Acquisition of data and working with them became even easier since there is a possibility to directly import the measured data into a GeoGebra database. In my lecture I will show some examples of this kind of computer-based experiments, including some highly precise soundcard-based measurements, whose components can be found in any high school physics labs.

### **Literature**

1. Kopasz Katalin: Számítógéppel segített mérőkísérletek a természettudományok tanításához, doktori értekezés, 2014 (<http://doktori.bibl.u-szeged.hu/1934/>)

## **Az Edaq530 mérőrendszer használata az oktatásban – Using the Edaq530 measurement system in education**

**Lecturers:** Júlia Tandori PhD and Péter Makra PhD, senior lecturers, Department of Medical Physics and Informatics, University of Szeged

**Audience:** primarily physics teachers; mathematics teachers

**Language:** Magyar / Hungarian

**Length:** 4 hours laboratory practicals in a computer room

### **Tools needed:**

- own laptop with Edaq530
- computers for the laboratory practicals (provided by the Department of Medical Physics and Informatics)
- physics laboratory accessories for 8 laboratory groups (beakers, picket fences, magnets, variable-voltage DC supplies, computer fans, coils, lab stands, weights, string)

### **Összefoglaló:**

- Az Edaq530 mérőrendszer bemutatása; a digitális mérések alapjai; a rendelkezésünkre álló szenzorok
- Gyakorlatok:
  - A nehézségi gyorsulás mérése ejtőlétrával
  - Mágneses mérések (fordulatszám-mérés, tekercs mágneses tere)
  - A hidrosztatikai nyomás mérése
  - Ingamozgás vizsgálata fotokapuvál; a mechanikai energia megmaradásának vizsgálata
  - Kalorimetria mérések
  - Fényelnyelés vizsgálata folyadékokban

**Summary:**

- Introducing the Edaq530 measurement system; fundamentals of digital measurements; available sensors (lecture)
- Practicals:
  - Measuring the acceleration due to gravity with a picket fence
  - Magnetic field measurements (rotation frequency measurement, the magnetic field inside a coil)
  - Pressure-depth relation
  - Studying pendulum motion with a photogate; investigating the conservation of mechanical energy
  - Calorimetric measurements
  - Studying light absorption in liquids

**Literature:**

1. K Kopasz, P Makra and Z Gingl, Edaq530: a transparent, open-end and open-source measurement solution in natural science education, European Journal of Physics 32 (2011): 491–504 (<http://arxiv.org/pdf/1009.0432.pdf>)

**A GeoGebra alkalmazása a matematika tanításában – Applying GeoGebra in teaching mathematics**

**Lecturers:** József Kosztolányi PhD, associate professor, Bolyai Institute, University of Szeged

Lajos Szilassi PhD, associate professor, Juhász Gy. Teacher's Training Faculty, University of Szeged

**Audience:** Teachers and prospective teachers

**Language:** Magyar / Hungarian

**Length:** 90 minutes, seminar

**Tools needed:** own laptop with GeoGebra installed, projector.

**Összefoglaló**

- A felfedeztetés lehetőségei a geometria tanításában a GeoGebra használatával.
- Dinamikus ábrák, tanítási segédanyagok konkrét problémákhoz.
- Statisztikai alkalmazási lehetőségek.
- Elemi, de nehezebb problémák megoldása a GeoGebra segítségével.

**Summary**

- Making discovery of geometrical facts in teaching geometry by using GeoGebra.
- Dynamic figures and teaching materials for problems.
- Applying possibilities in statistics.
- Solving elementary but challenging problems by using GeoGebra.

**Literature**

1. [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

**Fraktálok az iskolában – Fractals in schools**

**Lecturer:** Dorottya Beringer, PhD student, Bolyai Institute, University of Szeged

**Audience:** Teachers and prospective teachers

**Language:** Magyar / Hungarian

**Length:** 1 hour

**Összefoglaló**

Az előadáson bemutatok egy olyan szakköri anyagot, ami a diákok figyelmét felkeltő alakzatokon keresztül segíti egyes anyagrészek gyakorlását, illetve a dimenzió-fogalom egy lehetséges értelmezésével ismerteti meg őket.



Az anyagban szerepelnek önhasonló halmazokkal kapcsolatos feladatok, egyéb területekre vezető kérdések. Ismertetem a vizsgált halmazok dimenziójáról szóló matematikai háttérrel és annak értelmezését a diákok számára.

#### **Literature**

1. Falconer, K.: Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications. Second Edition. John Wiley & Sons, 2003.
2. Hajdu S. (szerk.): Matematika 5., B változat, Műszaki Könyvkiadó, 2003.
3. Kosztolányi J., Kovács I., Pintér K., Urbán J. Dr., Vincze I.: Sokszínű matematika, 10. osztály, Mozaik Kiadó, Szeged, 2003.
4. <http://hektor.umcs.lublin.pl/mikosmul/origami/business-card.html>
5. <http://nedbatchelder.com/text/cardcube.html>

### **Process of mathematical modelling with GeoGebra and collaborative learning**

**Lecturer:** Đurđica Takači PhD, professor, Department of Mathematics and Informatics, PMF, University of Novi Sad

**Audience:** teachers

**Language:** English

**Length:** 1 hour in computer room

**Tools needed:** Internet access and GeoGebra

#### **Summary in English:**

- Basic tools of mathematical modeling and collaborative learning;
- Basic tools of the visualizations with GeoGebra;
- Dynamic geometry and functions with parameters;
- Results of the research done with the first year university students from Novi Sad;
- Mathematical modeling of illusions

#### **Literature**

1. Takači, Đ, Stankov, G, Milanović I, Efficiency of learning environment using GeoGebra when calculus contents are learned in collaborative groups, Computers and education, [Volume 82](#), M Pages 421–431. (2015)
2. Kagan, S. (1994). Cooperative Learning. San Clemente, CA: Resources for Teachers, Inc.
3. <http://www.geogebra.org/>

### **Matematikai módszerek a környezetvédelemben – Mathematical methods in environmental protection**

**Lecturer:** Éva V. Pestiné Rácz PhD, associate professor, Department of Mathematics, Széchenyi University

**Audience:** Teachers and prospective teachers

**Language:** Magyar / Hungarian

**Length:** 1 hour

#### **Összefoglaló**

- Matematikai problémák és módszerek a környezetvédelemben
- Matematikai eszközök a környezetmérnök hallgatók szakmai tárgyaiban
- Szakdolgozati problémák matematikája
- Környezetvédelmi kutatások néhány matematikai aspektusa

#### **Summary**

- Mathematical problems and methods in environmental protection
- Mathematical tools taught in technical courses in the curriculum of environmental engineering BSc
- Mathematics in diploma thesis of environmental engineer students
- Some mathematical aspects of environmental science