

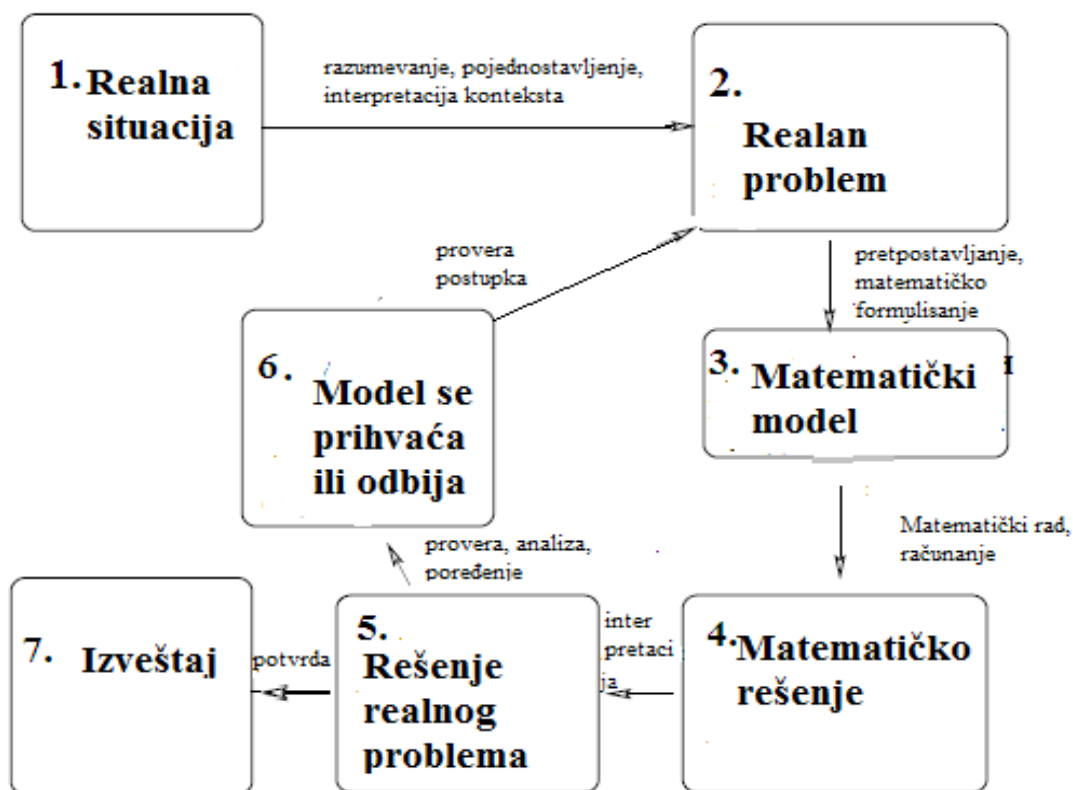
## 1. Uvod

Nastava matematike osim dobrog poznavanja matematike, zahteva i sposobnost da se znanje prenese na učenike. Savremeni trendovi u nastavi matematike stavljaju akcenat na rešavanje matematičkih problema preko modela iz realnog života. Na taj način matematika postaje sredstvo da se naprave proračuni i predvide mogući ishodi realnih situacija. Znanje se prenosi aktivnom komunikacijom između učenika i nastavnika kao između samih učenika a matematika se prikazuje kao primenjiva i korisna disciplina. Ova prezentacija bi trebalo da pomogne nastavnicima u primeni modeliranja na časovima matematike. Sastoji se od tri dela. Prvi deo je teorijski, gde se nastavnici upoznaju sa modeliranjem kao nastavnom formom. Drugi deo daje primere kojima se učenicima demonstrira primena funkcija. Dati su primeri i kratka pojašnjenja za implementaciju modeliranja na časovima. Metodčki je detaljno obrađena primena modeliranja u nastavi matematike na primeru eksponencijalne funkcije. Primeri koji su prikazani odnose na situacije koje su poznate učenicima i sastavljeni su u vidu kratke informacije i problemskog zadatka. Podaci koji se obrađuju su autentični podaci uzeti, na primer, iz novinskih izveštaja ili sa interneta. Teme koja se obrađuju su interesantne, bliske i motivišuće za učenike. Na kraju su dati testovi koji se odnose na probleme iz realnog života i funkcije koje su obrađene u toku nastave.

### Modeliranje u nastavi matematike

Modeliranje u nastavi matematike teži da kod učenika razvije bolje razumevanje matematičkih koncepata, uči ih razumevanju matematičkih problema, uočavanju činjenica, formulisanju i rešavanju problema koji su rezultat specifičnih realnih situacija kao i buđenju kritičkog i kreativnog mišljenja. Učenicima svih uzrasta neophodno je da se što više upoznaju sa problemskim situacijama koje "promovišu" važnost matematičkih ideja a ne samo da primenjuju niz pravila koja su predhodno naučila na časovima. Kako domaća metodika nastave matematike oskudeva u literaturi na temu modeliranja ova knjiga doprinosi promovisanju modeliranja u nastavi matematike u Srbiji. Veliki broj radova i istraživanja u svetu pokazuju na pozitivne karakteristike procesa modeliranja, ali modeliranje još uvek nije potpuno integrisano u nastavu matematike i postoji prazan prostor između tradicionalne nastave i ovakvih nastavnih formi.

Modeliranje u nastavi matematike prati didaktički krug koji počinje upoznavanjem učenika sa stvarnim problemom iz života i preko svojih faza vodi ka razvoju matematičkog mišljenja i samog rešenja problema [9]. Na Slici 1 prikazana je shema matematičkog modeliranja u nastavi. Da bi se modeliranje primenilo u nastavi matematike, nastavnik treba da odabere temu, da je prilagodi programu i svom stilu predavanja a da pri tome ispuni aktivnosti modeliranja po fazama na Slici 1. Modeliranje u nastavi simulira realne situacije i priprema učenike za situacije u kojima će se naći posle završetka školovanja. Njime se omogućava razvijanje sposobnosti kao što su interpretacija, opisivanje, tumačenje podataka kao i konstruisanje i upravljanje kompleksnim sistemima.



Slika 1 *Krug modeliranja*

Vodeći svetski naučnici i metodičari iz te oblasti ističu sledeće korake u procesu modeliranja u nastavi [7], [8], [9], [11] :

## 1. Faza u modeliranju

Prva faza u modeliranju je izlaganje teme gde nastavnik daje kratka objašnjenja o samoj temi na koju se odnosi modeliranje i podstiče učenike da postavljaju pitanja o zadatoj temi koja se odnosi na situaciju iz svakodnevnog života koja podrazumeva razumevanje, rasčlanjivanje i interpretaciju konteksta.

### *1-2. Prelaz iz prve u drugu fazu*

Prilikom prelaska iz posmatrane realne situacije na realan problem potrebno je izvršiti sledeće kognitivne aktivnosti: postavljanje zadatka, razumevanje problema, pojednostavljenje, interpretacija i drugo. U ovom delu nastavnog procesa obično u početku nastavnik obavlja ove kognitivne aktivnosti, a kasnije može i sam učenik.

## 2. Faza u modeliranju

Problem iz svakodnevnog života kao i matematička formulacija problema je druga faza u procesu modeliranja. Ograničenje problema koji je zadat u smislu da se zadatak ne širi mnogo već da se fokusira na par ključnih stvari za koje se učenici mogu i unapred pripremiti. Na primer, mogu pretražiti literaturu na zadatu temu. Kada se učenici upoznaju da problemom i zadatim podacima. Nastavnik može uputiti učenike postavljajući pitanja koja se odnose na problem. Pitanja treba da se odnose na

matematičke pojmove koji su obrađivani tokom njegovih predavanja i predviđeni su programom. Pitanja ne treba da bude previše, dovoljno je 3-4 pitanja da bi se učenici uputili u problematiku kao i da bi im se dao nagoveštaj u kom smeru treba da krenu.

### *2-3. Prelazak iz druge u treći fazu*

Matematički model dobijamo tako što situacije iz realnog problema prilagođavamo matematičkim sadržajima, koristeći posebne pretpostavke, formulacije i drugo.

## **3. Faza u modeliranju**

Treća faza u procesu modeliranja je faza u kojoj nastaje matematički model. U tom delu se prelazi na formulisanje problema i nastavnik sugeriše učenicima moguće pretpostavke i uputstva vezana za podatke zadate u problemu. Nakon što učenici uoče na koji način je moguće rešiti problem kao i na koje se oblasti odnosi a koje su oni proučavali, nastavnik im pomaže pri prevođenju realnog problema u matematički.

### *3-4. Prelaz iz treće u četvrtu fazu*

Matematičko rešenje dobijamo matematičkim radom.

## **4. Faza u modeliranju**

Konačno matematičko rešenje je četvrta faza u procesu modeliranja. U toj fazi je predviđeno razvijanje plana za rešavanje problema što podrazumeva povezivanje sa dosad stečenim znanjem kao što su definicije, teoreme i činjenice koje su učenici ranije usvojili.

### *4-5. Prelaz iz četvrte u petu fazu*

Rešenje realnog problema dobijamo interpretacijom dobijenih matematičkih rezultata, tumačenjem matematičkih rezultata u kontekstu realnog problema.

## **5. Faza u modeliranju**

Rešenje realnog problema je faza koja je posledica prethodnih faza. Neophodno je da u procesu modeliranja dođe do povezivanja sa sličnim primerima koji su prethodno rađeni. U ovom delu treba učenicima sugerisati da koriste računar u svrhu lakšeg rešenja problema.

### *5-6. Prelaz iz pete u šestu fazu*

Analizom dobijenih rezultata, procenom, proverom modela utvrđujemo da li je modeli prihvaćen ili odbijen.

## **6. Faza modeliranja**

Poređenje, provera, procena, kritička analiza rezultata je šesta faza modeliranja kao i revidiranje, popravka modela ili prihvatanje rešenja. Kao rezultat ove faze imamo dva moguća ishoda. Prvi ishod je u slučaju prihvatanja modela kada se model potvrđuje i tada

se razvija diskusija. Drugi ishod je u slučaju kada model nije zadovoljavajući i tada se u cilju popravke modela ceo proces ponavlja. U ovom delu je predviđeno formulisanje matematičkog modela i rešenje problema. Nastavnik treba da napomene učenike da provere svoja rešenja proveravajući model i rešenje od početka. Pravljenje matematičkog modela, rešenje i provera ( validacija ) je deo koji prethodi završnoj fazi procesa modeliranja. Kada se problem formuliše potrebno je da učenici razrade model koji je će po mogućstvu biti širi tj opštiji i da se neće odnositi samo na date podatke već generalno na problem uopšte.

*6-7. Prelaz iz šeste u sedmu fazu*

Ako je model prihvaćen piše se izveštaj.

## **7. Faza modeliranja**

Kao rezultat sedme faze modeliranja dobijamo izveštaj u slučaju da je model bio prihvaćen. Interpretacija rešenja i potvrda modelira podrazumeva da je pri završetku veoma važno da učenici ocene svoje rezultate i sam model do kojeg su došli. U ovom delu dobro je insistirati na tome da učenici prezentuju svoje rezultate a u cilju dubljeg razumevanja dobijenih rezultata.. Prezentovanje rezultata se može izvršiti na razne načine. Na primer, na sajtu škole ili na javnom času. Na taj način se promovise matematika i pokazuje se na njen veliki značaj u realnom životu. Takođe, učenicima se omogućava da razviju svoje kreativnije potencijale i da razmišljaju kritički i nezavisno.

*6-2. Prelaz iz šeste u drugu fazu*

Ako model nije prihvaćen vraćamo se na realan problem i radimo ponovo a ceo ciklus ponavljamo.

Kognitivne aktivnosti prilikom prelaska iz jedne faze matematičkog modeliranja obavljaju zajedno nastavnik i učenik. Nastavnik pomaže učeniku da lakše prevaziđe probleme nastale u toku rada, kao i da ga usmeri na pravi put u slučaju da mu se jave neke konfliktne situacije, koje su ovde vrlo lako moguće, jer je često potrebno veoma apstraktne sadržaje prilagoditi običnim stvarima. Učenici preko procesa modeliranja, prateći korake, nakon razumevanja i pojednostavljenja realnog problema, njegovog prevođenja u matematički model i interpretaciju rešenja bolje i realističnije shvataju matematičke koncepte. Te aktivnosti omogućavaju da učenici informacije i saznanja koja su već stekli iz matematike primene u procesu modeliranja i imlementiraju, na neki način, u svakodnevni život.

Matematički koncept funkcije je ključan za definisanje veza između pojava. U ovoj knjizi čitalac će se upoznati sa nekim prirodnim pojavama koji se mogu opisati jednostavnim matematičkim funkcijama. Svaka lekcija predstavlja povezivanje prirodne pojave i matematičke teorije, odnosno jedne vrste funkcije. Tako imamo primer za linearnu, kvadratnu i neke druge funkcije. Kroz istraživanje prirodnih fenomena se osim pojma funkcije provlače i pojmovi kao što su na primer inverzna funkcija, granična vrednost funkcije ili izvod funkcije. U ovom poglavlju se obrađuje više vrsta funkcija sa

kojima se učenici susreću tokom svog školovanja. To su linearna, kvadratna, eksponencijalna, logaritamska i jedna trigonometrijska funkcija.