

2. Elemi függvénytan

1. FELADAT RELÁCIÓ, INVERZ RELÁCIÓ

Adja meg az alábbi reláció inverzét és ábrázolja mindkettő grafikonját:

- a) $x \sim y : x \geq y$ b) $x \sim y : x = y$ c) $x \sim y : y = x^2$
 d) $x \sim y : y = x^2$ és $x \leq 0$ e) $x \sim y : y \geq x^2$ és $x \geq 0$ f) $x \sim y : x^2 + y^2 = 1$ és $x \geq 0$

2. FELADAT FÜGGVÉNYRELÁCIÓ, FÜGGŐLEGES EGYENESEK PRÓBÁJA

Az 1. feladat relációi közül melyik függvény?

3. FELADAT INVERZ FÜGGVÉNY, VÍZSZINTES EGYENESEK PRÓBÁJA

Az alábbi függvények közül melyik invertálható? Ábrázolja a függvényt és inverzét!

- a) $y = x^2$ b) $y = x^3$ c) $y = x^{-2}$ d) $y = \sqrt[2]{x}$ e) $y = \sqrt[3]{x}$

4. FELADAT INVERZ FÜGGVÉNY MEGHATÁROZÁSA

Határozza meg az alábbi függvény inverzének képletét:

- a) $y = f(x) = \frac{2x-1}{3x+2}$ b) $y = f(x) = 2x^3 + 1$ c) $y = f(x) = \sqrt[3]{x+4}$
 d) $y = f(x) = \frac{x^3}{x^3+1}$ e) $y = f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x^3+1}}$ f) $y = f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x}}$

5. FELADAT RÉSZLEGES INVERZ FÜGGVÉNY MEGHATÁROZÁSA

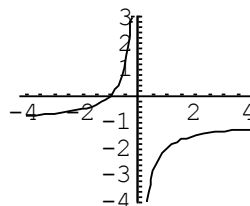
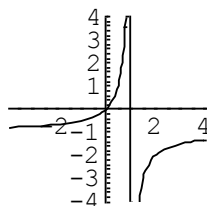
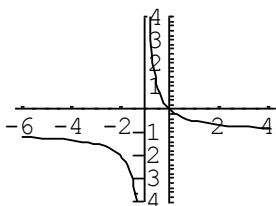
Mely részintervallumon invertálható az alábbi függvény? Határozza meg a részleges inverz függvény képletét és ábrázolja:

- a) $y = f(x) = 1 - x^2$ b) $y = f(x) = 2x^2 - 5x$ c) $y = f(x) = x^2 - 2x + 3$

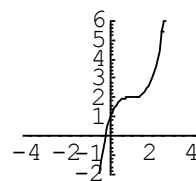
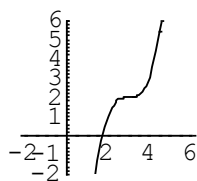
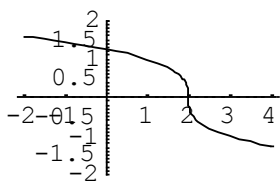
6. FELADAT GRAFIKUS FELADATOK

Válassza ki az $f(x)$ inverzét:

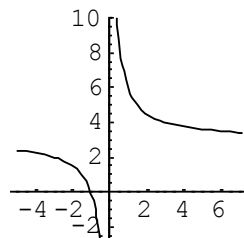
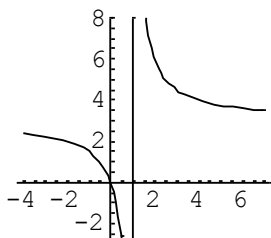
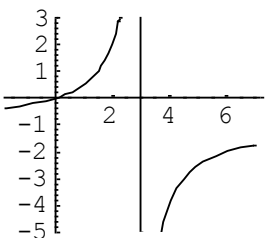
$$f(x) := \frac{x}{x+1};$$



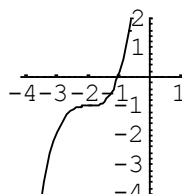
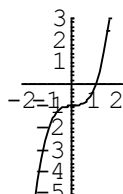
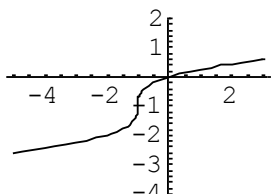
$$f(x) := \sqrt[3]{x-2} + 1;$$



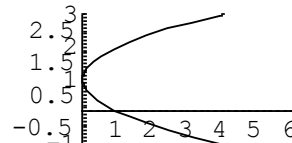
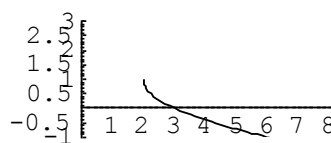
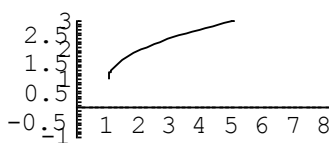
$$f(x) := \frac{x}{x-3};$$



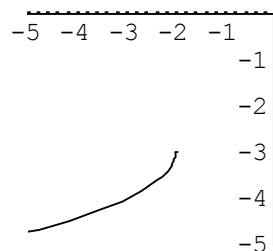
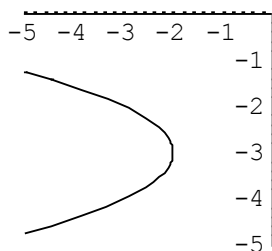
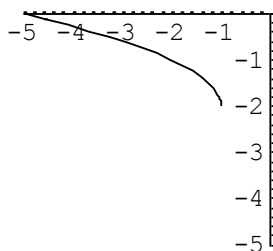
$$f(x) := \sqrt[3]{x+1} - 2;$$



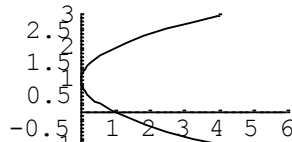
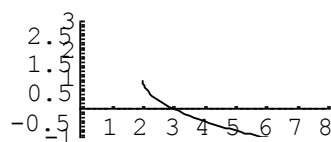
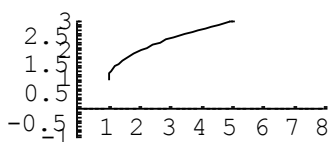
$$f(x) := (x-1)^2 + 2;$$



$$f(x) := -(x+3)^2 - 2;$$

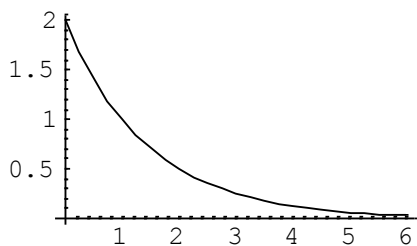


$$f(x) := (x-1)^2 + 2;$$

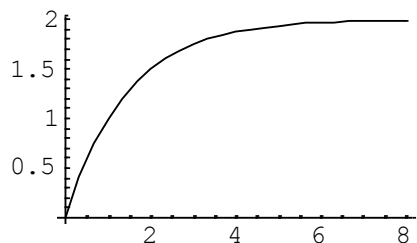


7. FELADAT GRAFIKUS FELADATOK

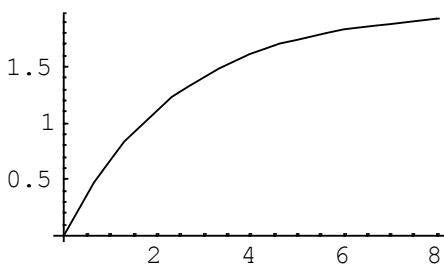
Határozza meg az $f(x)$ inverzének értékét az y_1 és y_2 helyeken:



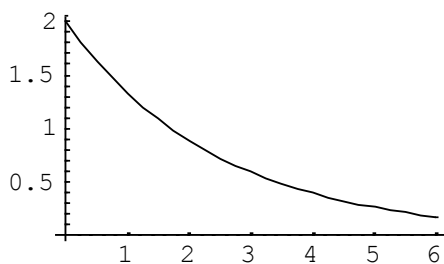
$$y_1 = 1; y_2 = 1.5;$$



$$y_1 = 0.5; y_2 = 1.5;$$



$$y_1 = 0.5; y_2 = 1;$$



$$y_1 = 0.5; y_2 = 1;$$

8. FELADAT ÖSSZETETT FÜGGVÉNY

- Képezze az $f(g(x))$ összetett függvényt a megadott külső és belső függvénnyel:
 - $f(x) = x \sin x$, $g(x) = 2x^3 - 1$
 - $f(x) = 2x^2 - x + 3$, $g(x) = 2^x$
 - $f(x) = x + \lg x$, $g(x) = x^{-1}$
- Adjon meg nemtriviális külső és belső függvényt az alábbi összetett függvényhez:
 - $f(g(x)) = (1 + \cos x)^2$
 - $f(g(x)) = x^3 + \lg x^3$
 - $f(g(x)) = x^4 \operatorname{tg} x^2$

9. FELADAT ELEMİ FÜGGVÉNYEK ÁBRÁZOLÁSA

- Vázolja az alábbi **hatványfüggvény** grafikonját és adja meg értelmezési tartományát és értékkészletét! Mindig jelölje be a -1 , 0 , 1 helyeken felvett értékeket (ha értelmezett).
a) $y = x^2$ b) $y = x^3$ c) $y = x^{-1}$ d) $y = x^{-2}$ e) $y = x^{-3}$ f) $y = x^{1/2}$
g) $y = x^{1/3}$ h) $y = x^{2/3}$ i) $y = x^{-1/2}$ j) $y = x^{-2/3}$ k) $y = x^{3/2}$ l) $y = x^\pi$
- Vázolja az alábbi **exponenciális függvénynek** és inverzének (**logaritmusfüggvény**) a grafikonját és adja meg értelmezési tartományukat és értékkészletüket! Mindig jelölje be a -1 , 0 , 1 helyeken felvett értékeket (ha értelmezett).
a) $y = 2^x$ b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ c) $y = 3^x$ d) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ e) $y = e^x$
- Vázolja az alábbi **trigonometrikus függvény** grafikonját és adja meg értelmezési tartományát és értékkészletét! Mindig jelölje be a $-\pi/2$, 0 , $\pi/2$, π , $3\pi/2$, 2π helyeken felvett értékeket.
a) $y = \sin x$ b) $y = \cos x$ c) $y = \operatorname{tg} x$ d) $y = \operatorname{ctg} x$