1. Bevezetés

A dolgozatban terület-alapú populációdinamikai modelleket vizsgálunk. Nem foglalkozunk a fajok egyedszámával, „csupán“ az általuk elfoglalt tartományok (területek) időbeli változását tekintjük. Az ilyen modellekben a szaporodásnak a terjeszkedés, újabb területek kolonizációja felel meg. A kihalás az adott területen a faj kipusztulását jelenti. Az ilyen rendszerek matematikailag többféle módon vizsgálhatók. Amennyiben csupán az elfoglalt területek nagyságát vizsgáljuk, akkor térben implicit modellekről beszélünk. Ebben az esetben az időt folytonos, a teret diszkrét változóknak tekintve a modell közönséges differenciálegyenletekkel definiálható. Ha a mintázatok szerepe, kialakulása is a vizsgálat célja, akkor a térben explicit modellekre van szükség. Ebben az esetben mind az időt, mind a teret folytonos változóknak tekintve a modell parciális differenciálegyenletekkel definiálható, mely a tér állapotváltozását írja le.

A Levins-féle ún. metapopulációs modell kiterjesztésével és térben explicit analógiáival foglalkozunk. A dolgozatban elméleti eredményeket fogalmazunk meg és számítógépes kísérleteket, szimulációkat végzünk a tekintett modellekre.

A dolgozat első fejezetében a klasszikus Levins-féle modellből indulunk ki:

$$p'(t) = k\,(1 - p(t))\,p(t) - e\,p(t)$$

ahol $p(t)$ az adott faj által elfoglalt terület aránya, k a kolonizációs ráta, e a kihalási ráta. Feltételezve, hogy a faj által elfoglalt foltok egyenletesen helyezkednek el, a szomszédos foltokra való terjeszkedés sebessége, míg a kihalás nem függ a szomszédoktól, ezért annak sebessége ep. Számos publikáció foglalkozik ennek a modellnek a kiterjesztéseivel, pontosításaival (pl. Rácz É., Karsai J. munkái, amelyek e dolgozat kiindulópontját jelentik), de a mai napig alapmodellnek tekinthető.

A dolgozat első részében egy faj esetén a túlélés feltételeit, több faj esetén a populációk egymáshoz való viszonyától függően az együttélés feltételeit vizsgáljuk, konstans kihalási rátát feltételezve. Több faj esetén egyes fajok elfoglalhatják a mások által elfoglalt foltokat. Ezt hívjuk felülkolonizációnak. Az általános felülkolonizáció esetén a vizsgálat rendkívül bonyolult, ezért a felülkolonizációra bizonyos hierarchikus viszonyokat tételezünk fel. Az ebben a fejezetben megfogalmazott elméleti eredmények lényegében ismertek, itt fő célunk a számítógéppel segített elméleti vizsgálat, és a kísérleti-szimulációs módszerek bemutatása volt.

A dolgozat második részében azt vizsgáljuk, hogy egy faj térbeli-időbeli fejlődése milyen hatással van, ha nem csak a kolonizáció, hanem a foltok kihalása (életben maradása) is függ a könyezettől. Például, a több szomszédos elfoglalt folt javíthatja, de túl sok szomszéd ronthatja is az adott folt túlélését. A Levins-modell alakja ekkor az alábbi:

$$p'(t) = k\,(1 - p(t))\,p(t) - e(p(t))\,p(t)\,.$$

Itt a k kolonizációs ráta nem függ p-től. Ennél a modellnél vizsgáljuk az egyensúlyi helyzetek kialakulását, stabilitását fontosabb esetekben.

Végül, a különböző szomszédfüggő túlélési stratégiák hatását egy faj terjedése esetén megvizsgáltuk a sejtautomata modellben is, ahol mind az időt, mind a teret diszkrét változónak tekintjük. Ez a fejezet kísérleti eredményeket tartalmaz. Szimulációkat végeztünk különböző szomszédságfüggő kolonizáció és túlélés esetén. A szomszédságfüggés azt jelenti, hogy a faj egy üres sejtre való betelepülésének valószínűsége függ a szomszédos elfoglalt sejtek számától. Hasonlóan, a kihalás szomszédságfüggése esetén a kihalási valószínűség függ a szomszédos elfoglalt sejtek számától.

Egyes vizsgálatok, eredmények csupán kezdetiek, vagy nem teljesek, így további kutatásra, vizsgálatra van szükség. Elsősorban a szomszédságfüggő kihalás (túlélés) hatását szeretnénk megvizsgálni több faj kölcsönhatása esetén mind a térben explicit (sejtautomata) illetve implicit modellekben. További vizsgálatot igényel a különböző típusú modellek összehasonlítása is.

2. Mathematica programbetöltés

A dolgozat egyik célja, hogy a tekintett modellek vizsgálatára számítógépes szimulációs módszereket adjunk, ilyen alkalmazásokat fejlesszünk, illetve az elméleti eredményeket példával, animációval illusztráljunk. Nem csupán egyszerű színes ábrák, hanem interaktív vizsgálatok, animációk is végezhetők. A dolgozat a *Mathematica* 6.0 rendszerben készült, ezért az Input utasítások módosíthatók, futtathatók. A helyes működéshez szükséges bizonyos programcsomagok betöltése, amely az alábbiakban tehető meg. Ezután bármelyik fejezet utasításai működni fognak. Erről részletesebben a [8] könyvben olvashatunk.

■ Mathematica programbetöltés.

```
SetDirectory[
  "FileName" /. NotebookInformation[EvaluationNotebook[]] /.
   FrontEnd`FileName[d_List, nam_, ___] :→ ToFileName[d]];

<< VectorFieldPlots`

<< "package//odesolve.m"

Clear[RegionVectorFieldPlot]
RegionVectorFieldPlot[field_, {v1_, v11_, v12_, dv1_},
  {v2_, v21_, v22_, dv2_}, RegionFunction_, opt___] :=
 ListVectorFieldPlot[
  Map[
   {#, field /. {v1 → #[[1]], v2 → #[[2]]}} &, DeleteCases[Flatten[
     Table[{x, y}, {x, v11, v12, dv1}, {y, v21, v22, dv2}], 1],
    {u_, v_} /; Not[RegionFunction[u, v]]]
  ], opt]

Clear[RegionVectorFieldPlot3D]
RegionVectorFieldPlot3D[field_,
  {v1_, v11_, v12_, dv1_}, {v2_, v21_, v22_, dv2_},
  {v3_, v31_, v32_, dv3_}, RegionFunction_, opt___] :=
 ListVectorFieldPlot3D[
  Map[{#, field /. {v1 → #[[1]], v2 → #[[2]], v3 → #[[3]]}} &,
   DeleteCases[Flatten[Table[{x, y, z}, {x, v11, v12, dv1},
      {y, v21, v22, dv2}, {z, v31, v32, dv3}], 2],
    {u_, v_, w_} /; Not[RegionFunction[u, v, w]]]
  ], opt]
```

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném megköszönni témavezetőmnek, Dr. Karsai Jánosnak az építő kritikáit, tanácsait, támogató segítségét és kitartását.